

Problema de dietas: proyecto Mercury-II

Profesor:

Manuel Muñoz Marquez

Alumnos:

José Ianko Astilleros Bernáldez

Pablo Ramírez Puertas

Isaac Núñez Marín

Proyecto R-UCA, Universidad de Cádiz

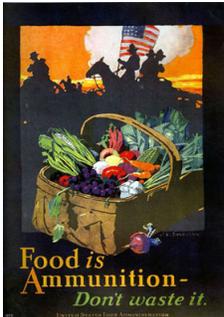
(Dated: 10 de febrero de 2020)

I. INTRODUCCIÓN Y MOTIVACIÓN

A. ¿Qué son los problemas de dietas?

Durante las décadas de los años 30 y 40, el gobierno de los EE.UU. investigaban la forma de minimizar los costes de alimentar a las tropas en el campo de batalla manteniendo siempre una alimentación saludable para los soldados. Es en este contexto que aparece uno de los primeros problemas de optimización: el **problema de dietas**.

Uno de los primeros en investigar este problema fue **George J. Stigler**, quién mediante métodos heurísticos consiguió obtener un resultado óptimo que implicaba un gasto por dieta de 39.93\$ al año (Precios de 1939). A finales del año 1947, otro matemático, Jack Laderman, utilizando el recién creado **método Simplex**, consiguió con ayuda de 9 empleados y 120 días de trabajo obtener un solución óptima global al modelo planteado por G.J. Stigler, que ofrecía un gasto de 39.69\$ al año por dieta (0.24\$ más barato que el resultado propuesto por G.J. Stigler).



El objetivo de los **problemas de dietas** es seleccionar un conjunto de alimentos que satisfagan un conjunto de requerimientos nutricionales a coste mínimo. Estos problemas se formulan como **problemas de programación lineal (PPL)** donde la **función objetivo** es minimizar el coste total de la dieta y las **restricciones** están compuestas por los requerimientos nutricionales especificados. En sus versiones más básicas, estos requerimientos, aparecen como unas contribuciones mínimas y máximas de kilocalorías, proteínas, grasas, vitaminas, minerales, etc. Aunque su formulación es sencilla, su solución no es trivial.

Típicamente se formulan acorde al siguiente esquema:

$$\text{mín}\{c^t x : Ax \geq b, x \geq 0\}$$

, donde x_i es el tipo de alimento i con un coste asociado c_i . El j -ésimo requerimiento nutricional (p.e. cantidad mínima de proteínas, cantidad máxima de kilocalorías, ...) es b_j y $A_{i,j}$ representa la cantidad de nutriente j que presenta el alimento i .

B. Proyecto Mercury-II

1. Primero un poco de historia...

El **Proyecto Mercury** fue el primer programa espacial, dirigido por la **N.A.S.A.**, con intención de poner al primer hombre en el espacio. El programa se desarrolló durante los años 1958 y 1963, teniendo por objetivo principal ser capaz de realizar vuelos orbitales en aeronaves tripuladas, alrededor de la tierra, y recuperar al piloto de forma segura amén de estudiar las capacidades del ser humano en el ambiente espacial.

Mientras tanto, la Unión Soviética desarrollaba en paralelo su propio programa con intención de colocar al primer hombre en el espacio, el **Proyecto Vostok** con un plan de desarrollo análogo.

El espacio suponía un lugar lleno de incógnitas para la condición humana. ¿Era posible sobrevivir allí arriba? Se plantearon gran cantidad de dudas acerca del funcionamiento del cuerpo humano en las condiciones del espacio exterior, como por ejemplo: ¿podía la sangre circular con normalidad en entornos de microgravedad? ¿era posible ingerir alimentos?



En Agosto de 1961, el cosmonauta soviético **Gherman Titov**, durante la misión **Vostok 2** se convirtió en la primer persona en comer en el espacio exterior, pero también en experimentar el **Síndrome de Adaptación Espacial (S.A.S.)** siendo así la primera persona en vomitar en el espacio. Este hecho dejó patente que era necesario estudiar con más cuidado la nutrición en el espacio.

En 1962, el astronauta **John H. Glenn** durante la misión **Mercury-Atlas 6**, entre las muchas tareas que tenía encomendadas, una de ellas era comprobar si bajo los efectos de la microgravedad era posible comer con normalidad, es decir, si los movimientos de la peristalsis del esófago de desarrollaban con normalidad.

2. Astronautas & Problemas de Dietas

No es difícil imaginar que la alimentación de un astronauta es un aspecto fundamental durante cualquier misión espacial, por ejemplo durante su estancia en la estación espacial internacional y no solo a la hora de cumplir con unos requerimientos nutricionales, también hay que tener en cuenta diversos elementos como la gestión de residuos, las condiciones de conservación de los alimentos y el transporte entre otros. Es aquí dónde podemos observar las similitudes entre un problema de dietas y la vida en el espacio y de donde parte nuestro trabajo.

3. Mercury II

En honor al arriba citado programa espacial ahora nos planteamos como construir la dieta ideal para un astronauta a lo largo de una serie de días.



En lugar de minimizar el coste como en la mayoría de problemas de dietas, nos centraremos en minimizar el peso de todos los alimentos necesarios, ya que de forma indirecta esto también se traduce en un gasto extra a la hora de enviar el cohete al espacio.

Grosso modo para el tipo de problema que nos planteamos consideramos como función objetivo minimizar el peso de la dieta y tomamos como restricciones al problema un consumo mínimo y máximo de kilocalorías diario así como de proteínas, carbohidratos y grasas.

Para diseñar los menús de nuestro astronauta consideraremos que este realiza a lo largo del día 3 comidas: desayuno, almuerzo y cena. A su vez, los alimentos de los que se disponen se clasificarán en 4 categorías:

- Desayunos
- Primeros
- Segundos
- Postres

Quedando entonces el desayuno compuesto por dos alimentos de la categoría *Desayunos* y el almuerzo y la cena por 1 de cada una de las categorías restantes.

C. Sobre los MRE y la alimentación en el espacio

1. La comida espacial

La **comida espacial** es un tipo de comida cuyo objetivo es ser procesada de forma adecuada para poder ser consumida en el espacio por los astronautas. Estos alimentos deben cumplir una serie de objetivos muy concretos como: ser psicológicamente adecuada, verificar todas las condiciones nutricionales básicas, fácil de digerir y sabrosa. En segunda instancia estos alimentos deben ser adecuados para consumir en entornos de microgravedad, así como ser ligera y tener un empaquetamiento que garantice un volumen mínimo, ser fácil de servir, de limpiar y consumir lo mínimo posible de energía para poder



prepararlas.

2. Meal Ready-to-Eat

Por otro lado tenemos los **MRE** (Comida Lista Para Comer, por sus siglas en inglés). Este tipo de alimentos responden a una serie de necesidades similares a las de la comida espacial. A diferencia de la anterior citada, estas fueron desarrolladas como raciones de combate para los soldados por los Estados Unidos en el año 1975.

De igual modo, fueron diseñadas para ser saludables, apetecibles, fáciles de gestionar y con condiciones de conservación óptimas para que puedan durar entre 3 y 5 años.



3. Nuestro planteamiento

Por lo general, los **problemas de dietas** se suelen encontrar con modelos continuos, donde la solución ofrece la cantidad de alimentos necesaria para satisfacer las necesidades impuestas.

Nosotros, aprovechando los paralelismos entre los **MRE** y la **comida espacial**, nos planteamos crear un menú a partir de una serie de alimentos ya empaquetados y preparados, es decir, tenemos clasificados varias elementos que de forma individual podrían formar parte de un menú espacial y buscamos la forma de combinarlos de forma óptima. Por ello, nuestro problema es discreto en lugar de continuo (Problema tipo 0-1 para ser más concretos).

II. DESARROLLO TEÓRICO

A. Modelo del problema

En base a lo mostrado con anterioridad, pasamos a mostrar el modelo final de nuestro problema.

1. Variables de decisión

Consideramos 4 categorías para agrupar los alimentos: desayunos (*Breakfast*, B), primeros (*Soup and Salats*, S), segundos (*Meats*, M) y postres (*Desserts*, D).

- B_{ij} = "Objeto de desayuno i incluido en menú j "
- S_{ij} = "Objeto de primero i incluido en menú j "
- M_{ij} = "Objeto de segundo i incluido en menú j "
- D_{ij} = "Objeto de postre i incluido en menú j "

son todas binarias

2. Coeficientes

Cada objeto tiene los siguientes coeficientes, siendo $X \in \{B, S, M, D\}$:

- m_i^X = "Masa del objeto i de categoría X "

- e_i^X = "Valor calórico del objeto i de categoría X "
- p_i^X = "Valor protéico del objeto i de categoría X "
- h_i^X = "Valor de carbohidratos del objeto i de categoría X "
- g_i^X = "Valor de grasa del objeto i de categoría X "
- s_i^X = "Número de veces que el objeto X_i puede aparecer en la dieta"

3. Restricciones

- E_{sup} = "Aporte calórico máximo diario requerido"
- E_{inf} = "Aporte calórico mínimo diario requerido"
- P_{sup} = "Aporte protéico máximo diario requerido"
- P_{inf} = "Aporte protéico mínimo diario requerido"
- H_{sup} = "Aporte de carbohidratos máximo diario requerido"
- H_{inf} = "Aporte de carbohidratos mínimo diario requerido"
- G_{sup} = "Aporte de grasas máximo diario requerido"
- G_{inf} = "Aporte grasas mínimo diario requerido"

Debido a la linealidad del problema, este modelo nos proporcionará la misma solución óptima para todos los días $d \geq 1$. Para evitar esta redundancia incluimos en el modelo una serie de restricciones sobre cada elemento de la base de datos para evitar que aparezcan estos elementos repetidos a lo largo de las dietas.

4. Indicadores

- d = "Número de días de la dieta"
- k_X = "Número de objetos de categoría X "

5. Sistema

$$\begin{aligned}
 \text{f.o.} \quad & \min \sum_j^d (\sum_i^{k_B} m_i^B B_{ij} + \sum_i^{k_S} m_i^S S_{ij} + \sum_i^{k_M} m_i^M M_{ij} + \sum_i^{k_D} m_i^D D_{ij}) \\
 \text{s.a.} \quad & \sum_i^{k_B} e_i^B B_{ij} + \sum_i^{k_S} e_i^S S_{ij} + \sum_i^{k_M} e_i^M M_{ij} + \sum_i^{k_D} e_i^D D_{ij} \leq E_{\text{sup}} \\
 & 1 \leq j \leq d \\
 & \sum_i^{k_B} e_i^B B_{ij} + \sum_i^{k_S} e_i^S S_{ij} + \sum_i^{k_M} e_i^M M_{ij} + \sum_i^{k_D} e_i^D D_{ij} \geq E_{\text{inf}} \\
 & 1 \leq j \leq d \\
 & \sum_i^{k_B} p_i^B B_{ij} + \sum_i^{k_S} p_i^S S_{ij} + \sum_i^{k_M} p_i^M M_{ij} + \sum_i^{k_D} p_i^D D_{ij} \leq P_{\text{sup}} \\
 & 1 \leq j \leq d
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_i^{k_B} p_i^B B_{ij} + \sum_i^{k_S} p_i^S S_{ij} + \sum_i^{k_M} p_i^M M_{ij} + \sum_i^{k_D} p_i^D D_{ij} \geq \\
P_{\inf} & \quad 1 \leq j \leq d \\
& \sum_i^{k_B} h_i^B B_{ij} + \sum_i^{k_S} h_i^S S_{ij} + \sum_i^{k_M} h_i^M M_{ij} + \\
& \sum_i^{k_D} h_i^D D_{ij} \leq H_{\sup} \quad 1 \leq j \leq d \\
& \sum_i^{k_B} h_i^B B_{ij} + \sum_i^{k_S} h_i^S S_{ij} + \sum_i^{k_M} h_i^M M_{ij} + \\
& \sum_i^{k_D} h_i^D D_{ij} \geq H_{\inf} \quad 1 \leq j \leq d \\
G_{\sup} & \sum_i^{k_B} g_i^B B_{ij} + \sum_i^{k_S} g_i^S S_{ij} + \sum_i^{k_M} g_i^M M_{ij} + \sum_i^{k_D} g_i^D D_{ij} \leq \\
& \quad 1 \leq j \leq d \\
G_{\inf} & \sum_i^{k_B} g_i^B B_{ij} + \sum_i^{k_S} g_i^S S_{ij} + \sum_i^{k_M} g_i^M M_{ij} + \sum_i^{k_D} g_i^D D_{ij} \geq \\
& \quad 1 \leq j \leq d \\
& \sum_i^{k_B} B_{ij} = 2 \quad 1 \leq j \leq d \\
& \sum_i^{k_S} S_{ij} = 2 \quad 1 \leq j \leq d \\
& \sum_i^{k_M} M_{ij} = 2 \quad 1 \leq j \leq d \\
& \sum_i^{k_D} D_{ij} = 2 \quad 1 \leq j \leq d \\
& \sum_j^{k_B} B_{ij} \leq s_i^B \quad 1 \leq i \leq d \\
& \sum_j^{k_S} S_{ij} \leq s_i^S \quad 1 \leq i \leq d \\
& \sum_j^{k_M} M_{ij} \leq s_i^M \quad 1 \leq i \leq d \\
& \sum_j^{k_D} D_{ij} \leq s_i^D \quad 1 \leq i \leq d
\end{aligned}$$

B. Base de datos de Valores Nutricionales

Para construir una base de datos en la que basar nuestros ejemplos hemos recurrido a dos fuentes principales. En primer lugar hemos tomado la lista de los alimentos que constituyeron la dieta de los astronautas durante las misiones **Apolo**. En segundo lugar hemos tomado una serie de alimentos que forman parte de varios **tipos de paquetes MRE**.

Todos los alimentos han sido buscados en una **base de datos de recetas** para obtener una estimación de los valores nutricionales asociados a los elementos.

III. AUTORÍA

- José Ianko Astilleros Bernáldez
(joseianko.astillerosbernaldez@alum.uca.es)
- Pablo Ramírez Puertas
(pablo.ramirezpuertas@alum.uca.es)
- Manuel Muñoz Márquez
(manuel.munoz@uca.es)
- Isaac Núñez Marín
(isaac.nunezmarin@alum.uca.es)

IV. BIBLIOGRAFÍA

- **Apollo Experience Report: Food Systems**
:https://history.nasa.gov/alsj/tnD7720Food.html

- **George Stigler:** <https://www.elblogsalmon.com/economistas-notables/economistas-notables-george-joseph-stigler>
- **The Diet Problem:** <https://www.elblogsalmon.com/economistas-notables/economistas-notables-george-joseph-stigler>
- **Diet Problem:** https://glossary.informs.org/ver2/mpgwiki/index.php?title=Diet_problem
- **Proyecto Mercury:** https://es.wikipedia.org/wiki/Proyecto_Mercury
- **Space Food:** https://en.wikipedia.org/wiki/Space_food
- **Meal, Ready-to-Eat:** https://es.wikipedia.org/wiki/Meal,_Ready-to-Eat
- **MRE: its composition, nutritional value and benefits to us:** <https://preparedbee.com/mre-composition-nutrition-benefits/>
- **Una misión exitosa comienza con la nutrición:** <https://ciencia.nasa.gov/una-mision-exitosa-comienza-con-la-nutricion>
- **Altos quehaceres domésticos en la EEI:** https://ciencia.nasa.gov/science-at-nasa/2000/ast29nov_1
- **Project Mercury Overview:** https://www.nasa.gov/mission_pages/mercury/missions/overview-intro.html
- **Vostok programmes:** https://en.wikipedia.org/wiki/Vostok_programme
- **John Glenn:** https://en.wikipedia.org/wiki/John_Glenn
- **Space Adaptation Syndrome:** https://en.wikipedia.org/wiki/Space_adaptation_syndrome
- **Gherman Titov:** https://en.wikipedia.org/wiki/Gherman_Titov
- **FatSecret:** <https://www.fatsecret.com/Default.aspx>
- **MRE Info:** <https://www.mreinfo.com/mres/mre-menus/mre-menus-2019/>